

7 клас

Задача 7.1 Доведіть, що $\frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} > \frac{1}{3}$.

Розв'язання. $\frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} > 6 \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{3}$.

Задача 7.2 Градусна міра кута ABC дорівнює 88° , а D – якась точка із внутрішньої області цього кута. Знайдіть кут між бісектрисами кутів ABD та DBC .

Розв'язання. Якщо позначити через BE і BF відповідно бісектриси кутів ABD та DBC , то

$$\angle EBF = \angle EBD + \angle DBF = \frac{1}{2}\angle ABD + \frac{1}{2}\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 44^\circ.$$

Відповідь. 44° .

Задача 7.3 Знайдіть усі такі чотиризначні числа, які діляться на 35 і отримані з числа 35 дописуванням справа і зліва по одній цифрі.

Розв'язання. Шукане число X має вигляд $X = \overline{a35b}$, де a та b – невідомі цифри. Оскільки $X : 5$, то $b = 0$ або $b = 5$.

Якщо $b = 0$, то $X = \overline{a350} = 1000a + 350$, тому $1000a = X - 350$. Оскільки $X : 7$ і $350 : 7$, то $1000a : 7$. Оскільки число 7 просте, то $a = 7$. Отже, в цьому випадку $X = 7350$.

Якщо $b = 5$, то $X = \overline{a355} = (1000a + 5) + 350$, тому $1000a + 5 = X - 350$. Оскільки $X : 7$ і $350 : 7$, то $(1000a + 5) : 7$, тому $a = 5$. Отже, в цьому випадку $X = 5355$.

Відповідь. 7350 та 5355.

Задача 7.4 Після зниження ціни вхідного квитка на стадіон для перегляду футбольного матчу кількість глядачів зросла на 30%, а виручка від продажу квитків – на 10,5%. На скільки відсотків була знижена ціна квитка?

Розв'язання. Позначимо через x гривень ціну вхідного квитка до зниження, через y гривень – ціну квитка після зниження, а через n – кількість глядачів до зниження ціни. Тоді виручка від продажу квитків до зниження ціни становила nx гривень, а після зниження ціни – $1,105ny$ гривень. З іншого боку, після зниження ціни вхідного квитка виручка становила $1,3ny$ гривень. Тому $1,3ny = 1,105nx$, звідки $y = 0,85x$. Отже, ціна вхідного квитка на стадіон була знижена на 15%.

Відповідь. На 15%.

Задача 7.5 У таблицю розміром 2015×2015 записані числа так, що добуток усіх чисел у кожному стовпчику від'ємний. Доведіть, що знайдеться і рядок, у якому добуток усіх чисел також від'ємний.

Розв'язання. Оскільки добуток усіх чисел кожного стовпчика від'ємний і кількість стовпчиків непарна, то добуток усіх чисел даної таблиці від'ємний. Якщо б добуток усіх чисел у кожному рядку був невід'ємний, то і добуток усіх чисел даної таблиці був би невід'ємний, що не так.