

11 клас

1. Розв'яжіть рівняння

$$2 \cos^2 x + 5 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 4 = 0.$$

2. Нехай a, b – дійсні числа такі, що $a + b = 2016$. Доведіть, що

$$a^2 + b^2 - 2ab - a + 3b \geq 2015.$$

3. Точки D і E ділять гіпотенузу AB прямокутного трикутника ABC на три відрізки AD , DE і EB , довжини яких відносяться як $1 : 4 : 7$. Знайдіть кути трикутника ABC , якщо $CD = CE$.

4. Знайдіть всі цілі розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{x + 2015} = y \\ x + 10 \cos(\pi y) = 0. \end{cases}$$

5. Кожну точку на колі радіуса 1 см пофарбовано у зелений або чорний колір. Доведіть, що можна вибрати на колі дві точки одного кольору так, що відстань між ними

а) не менша, ніж $\sqrt{3}$ см; б) не менша, ніж $2 \sin 72^\circ$ см.